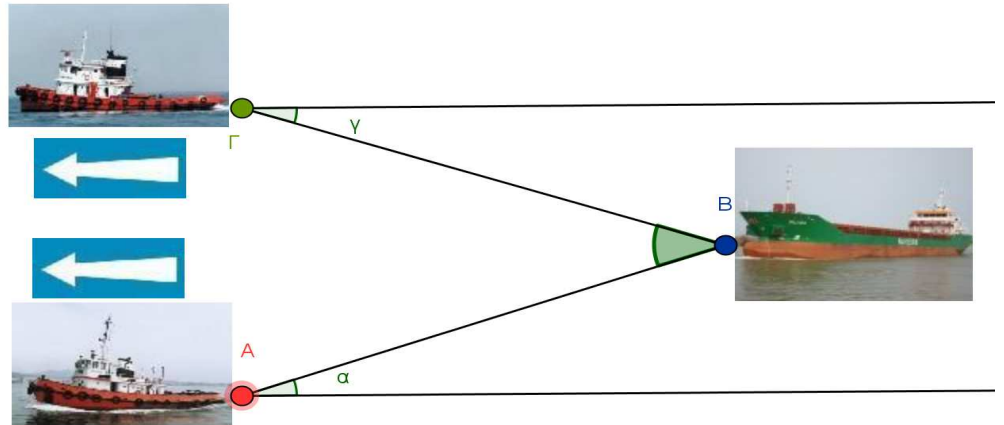


Φύλλο εργασίας

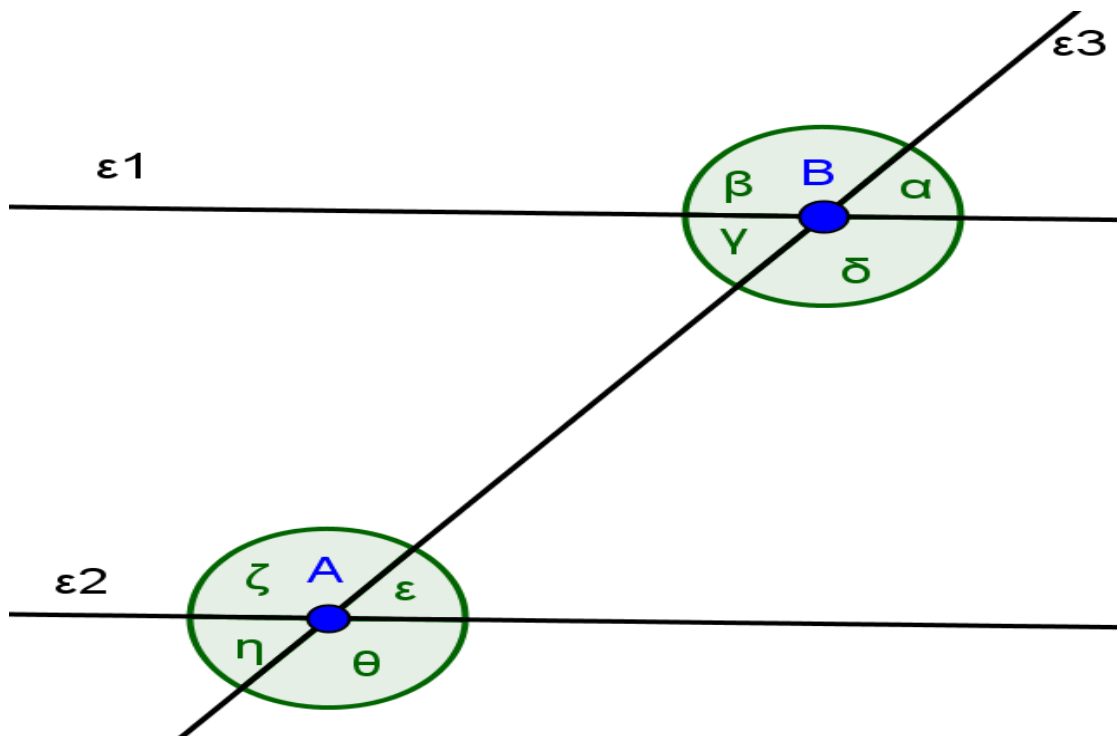


Μπορείτε να βρείτε τη γωνία κάβων;

Δραστηριότητα

Ένα δεξαμενόπλοιο που στο σχήμα είναι στο σημείο B, πλέει προς την είσοδο μιας διώρυγας με την βοήθεια δύο ρυμουλκών που απεικονίζονται με τα γράμματα A και Γ. Τα σχοινιά που συγκρατούν το πλοίο σε σταθερή πορεία είναι συνέχεια τεντωμένα και απεικονίζονται με τα τμήματα BA και BΓ. Η προς τα πίσω παράλληλη διαδρομή του ρυμουλκού A με την πορεία του πλοίου και η γραμμή του σχοινιού BA δημιουργεί μια γωνία $\alpha = 30^\circ$. Η προς τα πίσω παράλληλη διαδρομή του ρυμουλκού Γ με την πορεία του πλοίου και η γραμμή του σχοινιού BΓ δημιουργεί άλλη μια ίση γωνία $\gamma = 30^\circ$. Πως μπορούμε να υπολογίσουμε το άνοιγμα των σχοινιών BA και BΓ, δηλαδή την γωνία ABΓ, που μπορούμε να την πούμε και **γωνία κάβων**;

Παράλληλες ευθείες τεμνόμενες από τρίτη ευθεία (Σχήμα 1)



Α Στο παραπάνω σχήμα, υπάρχει μια περιοχή ανάμεσα στις 2 παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 που λέγεται (1^{ος} ορισμός) ευθειών.
 Η ευθεία ε_3 που τέμνει τις 2 παράλληλες ευθείες ονομάζεται (2^{ος} ορισμός)
 Με κορυφή το σημείο Α υπάρχουν απλές γωνίες.
 Με κορυφή το σημείο Β υπάρχουν απλές γωνίες.
 Οι γωνίες που βρίσκονται ανάμεσα στις παράλληλες ευθείες ονομάζονται (1^η ορολογία) γωνίες
 Όλες οι υπόλοιπες ονομάζονται (2^η ορολογία) γωνίες
 Οι γωνίες με την 1^η ορολογία είναι (γράμματα γωνιών)
 Οι γωνίες με την 2^η ορολογία είναι (γράμματα γωνιών)
 Η ευθεία ε_3 που τέμνει τις παράλληλες χωρίζει όλη την επιφάνεια του σχήματος που τη λέμε επίπεδο σε ημιεπίπεδα.
 Η ευθεία ε_3 αφήνει προς το ίδιο δεξιό μέρος του επιπέδου τις γωνίες (γράμματα γωνιών) που ονομάζονται (3^η ορολογία) γωνίες (μέρη της ευθείας)
 Η ευθεία ε_3 αφήνει προς το ίδιο αριστερό μέρος του επιπέδου τις γωνίες (γράμματα γωνιών) που ονομάζονται πάλι με το ίδιο όνομα (3^η ορολογία) γωνίες (μέρη της ευθείας).
 Δύο γωνίες που βρίσκονται η μια στο ένα ημιεπίπεδο και η άλλη στο επίπεδο που “χωρίζει” η ευθεία ε_3 και με διαφορετικά σημεία κορυφών τα Α και Β λέγονται μεταξύ τους (4^η ορολογία) γωνίες
 Συγκεντρωτικά οι 4 ορολογίες με συμπλήρωση του επόμενου πίνακα είναι:

ΠΙΝΑΚΑΣ 1			
1η	2η	3η	4η

ΠΙΝΑΚΑΣ 2			
Ορολογία	Ζεύγη Γωνιών (σε κάθε στήλη ένα ζευγάρι γωνιών)		
Γωνίες εντός			
Γωνίες εκτός			
Γωνίες επί τα αυτά			
Γωνίες εναλλάξ			
Γωνίες εντός εναλλάξ			
Γωνίες εκτός εναλλάξ			
Γωνίες εντός και επί τα αυτά			
Γωνίες εκτός και επί τα αυτά			
Γωνίες εντός-εκτός εναλλάξ			
Γωνίες εντός-εκτός και επί τα αυτά			

Β. Μέτρηση των γωνιών με το μοιρογνωμόνιο.

$\alpha =$

$\varepsilon =$

Τις άλλες γωνίες γιατί δεν χρειάζεται να τις μετρήσουμε;

Γ. Κατασκευή σχήματος. Η κατασκευή του γεωμετρικού σχήματος θα γίνει με το εκπαιδευτικό λογισμικό geogebra . Τα βήματα κατασκευής και οδηγίες, υπάρχουν στο παράρτημα στην τελευταία σελίδα του φύλου εργασίας.

Δ. Μετακίνησε τα σημεία Α, Β και Γ σε τρεις διαφορετικές θέσεις και συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με τα μέτρα όλων των γωνιών σε μοίρες:

ΠΙΝΑΚΑΣ 3 (μέτρηση γωνιών)			
Γωνίες	1 ^η Θέση	2 ^η Θέση	3 ^η Θέση
α			
β			
γ			
δ			
ε			
ζ			
η			
θ			

Με βάση την ορολογία του Πίνακα 2 για τα αντίστοιχα ζεύγη των γωνιών για κάθε μια ονομασία έχουμε μια σχέση ανάμεσα στις 2 γωνίες. Για τις δύο στήλες βάζουμε ένα $\sqrt{\quad}$ στην κατάλληλη στήλη:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4		
Ονομασία	Γωνίες Ισες	Γωνίες Παραπληρωματικές
Γωνίες εντός εναλλάξ		
Γωνίες εκτός εναλλάξ		
Γωνίες εντός και επί τα αυτά		
Γωνίες εκτός και επί τα αυτά		
Γωνίες εντός-εκτός εναλλάξ		
Γωνίες εντός-εκτός και επί τα αυτά		

Συμπέρασμα για τις σχέσεις των γωνιών

- Αν παρατηρήσουμε το μέτρο όλων των γωνιών που υπάρχουν στο σχήμα έχουμε 2 κατηγορίες γωνιών που είναι μικρότερες από την ορθή γωνία δηλαδή οι μισές είναι και οι υπόλοιπες, μεγαλύτερες από την ορθή γωνία είναι
- Αν προσθέσουμε μια οξεία και μια αμβλεία γωνία παρατηρούμε ότι το άθροισμα είναι μοίρες, δηλαδή λέμε ότι είναι δηλαδή δύο τυχαίες από όλες τις γωνίες ή θα είναι ή θα είναι
- Στην ειδική περίπτωση που η τρίτη τεμνόμενη ευθεία γίνει κάθετη στις 2 παράλληλες ευθείες τότε και οι 8 γωνίες θα είναι μεταξύ τους και η κάθε μια θα είναι ίση με μια γωνία δηλαδή μοίρες.

Ασκήσεις

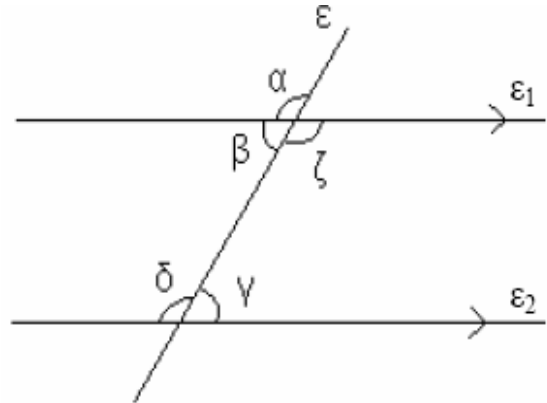
1 Όταν δυο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μια τρίτη τότε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές; (βάλτε ένα Σ αλλιώς Λ).

- Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι παραπληρωματικές
- Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.
- Οι εκτός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες.
- Οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.

2 Στον διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και η ευθεία ε τέμνει τις ε_1 και ε_2 .

Να ονομάσετε κάθε ένα από τα πιο κάτω ζεύγη γωνιών.

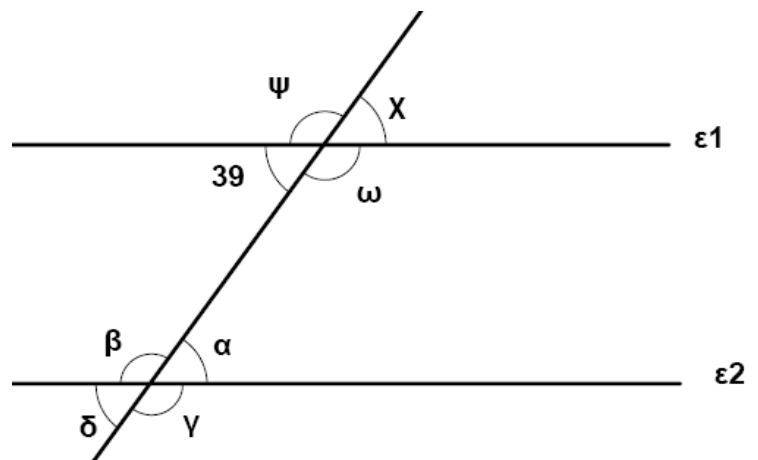
ζ, γ	
β, γ	
α, δ	
α, ζ	
α, γ	



3 Υπολογίστε τις άγνωστες γωνίες στο διπλανό σχήμα:

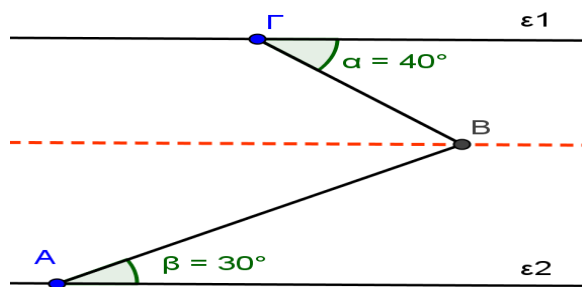
Δικαιολόγηση

$\alpha =$	
$\beta =$	
$\gamma =$	
$\delta =$	
$\chi =$	
$\psi =$	
$\omega =$	



4 Στον διπλανό σχήμα οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε την γωνία $\widehat{AB\Gamma}$.

$\widehat{\beta_1} =$	
$\widehat{\beta_2} =$	
$\widehat{AB\Gamma} =$	



Συμπέρασμα (από την χρήση λογισμικού)

Γράψτε 3 λόγους για τους οποίους μπορούμε συμπληρωματικά να χρησιμοποιήσουμε για αυτό το μάθημα το λογισμικό Geogebra, εκτός του πίνακα με τις κιμωλίες.

1	
2	
3	

Ασκήσεις για το σπίτι:

- Κατασκευή Geogebra: επανάληψη κατασκευής με προσθήκη στο σχήμα και 2^{ης} τέμνουσας, μέτρηση των νέων γωνιών και επαλήθευση των σχέσεων μεταξύ τους.
- Εφαρμογή 1 λυμένη, σχολικού βιβλίου σελ 216.
- Ασκήσεις 1, 4 σχολικού βιβλίου σελ 216.
- Πρόγραμμα IQplus Ap. εβδομάδας 21 Γεωμετρία, Τεστ 1

Παράρτημα - Οδηγίες κατασκευής

Γενικά βήματα πριν από κάθε χρήση για δημιουργία νέων σχημάτων.

1. Ανοίγουμε τον υπολογιστή περιμένουμε μέχρι να φορτωθεί το λειτουργικό σύστημα windows.
2. Στην επιφάνεια εργασίας ψάχνουμε το εικονίδιο συντόμευσης προγράμματος με τίτλο geogebra.
3. Κάνουμε διπλό κλικ πάνω σ' αυτό το εικονίδιο και περιμένουμε μέχρι να φορτωθεί το πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας Geogebra.
4. Στην τρίτη επιλογή της γραμμής μενού διαλέγουμε Προβολή και μετά κλικ στην επιλογή προβολή άξονες αν είναι επιλεγμένο αλλιώς δεν το αλλάζουμε.
5. Ξανά πάλι στην τρίτη επιλογή της γραμμής μενού διαλέγουμε Προβολή και μετά κλικ στην επιλογή προβολή άλγεβρας αν είναι επιλεγμένο αλλιώς δεν το αλλάζουμε.
6. Στην πρώτη επιλογή της γραμμής μενού διαλέγουμε Αρχείο και μετά την επιλογή Νέο για να ξεκινήσουμε τα σχήματα σε μια κενή οθόνη.
7. Από την τέταρτη επιλογή του μενού Επιλογές επιλέγουμε ετικετοποίηση αντικειμένων και βλέπουμε τι είναι τσεκαρισμένο. Αν θέλουμε όλα τα νέα αντικείμενα να τους δίνει ένα όνομα θα πρέπει να τσεκάρουμε σε όλα τα νέα αντικείμενα.
8. Παρακάτω στην ίδια επιλογή υπάρχει το μέγεθος γραμματοσειράς καλό είναι να είναι 14 pt ώστε να φαίνονται μεγαλύτερα τα γράμματα και τα σχήματα.

Βήματα κατασκευής:

Η γραμμή των εικονιδίων από εδώ και κάτω την λέμε εργαλεία και η επόμενη υποεπιλογή συμβολικά με ένα σύμβολο ► θα ακολουθεί με κλικ στο κάτω δεξιά γωνιακό σημείο και επιλέγουμε την αντίστοιχη λέξη.

1. Εργαλεία ► τρίτο στη σειρά ► ευθεία που περνά από 2 σημεία.
2. κάνουμε κλικ στην οθόνη πρώτα αριστερά και δημιουργεί ένα σημείο Α, μετά σέρνουμε το ποντίκι δεξιά, ξανά κλικ σημείο Β και δημιουργεί μια ευθεία, θα την ονομάσουμε ε1
3. Εργαλεία ► δεύτερο στη σειρά ► νέο σημείο , για να δημιουργήσουμε ένα σημείο C πιο χαμηλά από την ευθεία που διέρχεται από τα Α και Β.
4. Εργαλεία ► τέταρτο στη σειρά ► παράλληλη γραμμή , μετά κλικ στο σημείο C και μετά στην ευθεία ΑΒ και δημιουργεί παράλληλη ευθεία στην ΑΒ, θα την ονομάσουμε ε2
5. Εργαλεία ► τρίτο στη σειρά ► ευθεία που περνά από 2 σημεία , κλικ στο Β και μετά στο C, δημιουργεί ευθεία που λέγεται τέμνουσα, θα την ονομάσουμε ε.
6. Για να μπορέσουμε να μετρήσουμε τις 8 γωνίες που δημιουργούνται με μοίρες , πρέπει να ορίσουμε 3 σημεία για να ορισθεί κάθε μια γωνία.
7. Εργαλεία ► δεύτερο στη σειρά ► νέο σημείο κλικ πάνω στην ε1 δεξιά από το Β δημιουργεί σημείο D μετά κλικ στην τέμνουσα ευθεία ε πάνω από το Β δημιουργεί σημείο Ε , μετά κλικ στην ευθεία ε2 αριστερά από το C δημιουργεί σημείο F και δεξιά από το C σημείο G., μετά κλικ στην τέμνουσα ευθεία ε κάτω από το C δημιουργεί το σημείο Η.
8. Στην συνέχεια θα εμφανίσουμε τα μέτρα σε μοίρες των γωνιών του τριγώνου, με εφαρμογή του δεξιόστροφου συστήματος (ανάποδα από τους δείκτες του ρολογιού) με διαδοχικά κλικ με την κατάλληλη σειρά στα 3 σημεία και την κορυφή στην μέση.
9. Εργαλεία ► όγδοο στη σειρά ► γωνία μετά για τις γωνίες με κορυφή Β κλικ (D , B , E) μετά κλικ (E , B , A) μετά κλικ (A , B , C) μετά κλικ (C , B , D) με κορυφή C κλικ (G , C , B) μετά κλικ (B , C , F) μετά κλικ (F , C , H) μετά κλικ (H , C , G)
10. Εργαλεία ► δέκατο στη σειρά ► ΑΒC εισαγωγή κειμένου , για να δημιουργήσουμε ετικέτες για τις ευθείες ε1 , ε2 , την τέμνουσα ε καθώς και το κείμενο μετακίνησε τα σημεία Α, Β και C για να αλλάξει το σχήμα.
11. Εργαλεία ► πρώτο στη σειρά ► το λοξό βελάκι για οποιαδήποτε επιλογή ενός αντικειμένου. Πχ κλικ στο σημείο C μετά δεξιά κλικ και διαλέγουμε ιδιότητες, μετά βασικά και αλλάζουμε το όνομα του γράμματος από C σε Γ. Από αυτή την καρτέλα γενικά μπορούμε να επιλέγουμε την εμφάνιση αντικειμένων , να αλλάζουμε χρώμα γράμματος, πάχος γραμμής , γέμισμα με χρώμα και πολλές άλλες επιλογές,